

УДК 697.922

А.В. Пуговкин, С.В. Купреков, Д.В. Абушкин, И.А. Заречная, Н.И. Муслимова

Математическая модель теплоснабжения помещений для АСУ энергосбережения

На основе системы нелинейных дифференциальных уравнений была разработана и реализована в пакете Math Lab модель поведения тепловых процессов в помещении для автоматизированной системы управления энергосбережением.

Полученные результаты дают возможность провести мониторинг теплового состояния помещения.

Построенная математическая модель может служить основой для создания алгоритма и программного обеспечения АСУ теплоснабжением как отдельных помещений, так и целых зданий и сооружений.

Ключевые слова: теплоснабжение помещений, система нелинейных дифференциальных уравнений, компьютерная модель, тепловая энергия, эксперимент.

Одной из наиболее актуальных проблем в области систем жизнеобеспечения зданий является энергосбережение. Мониторинг задач этой проблемы показывает, что наиболее важным звеном в ее решении является рациональное использование тепловой энергии, особенно на участках «конечных пользователей».

Целью данной работы является создание математической модели для оценки качества использования тепловой энергии на примере теплообеспечения произвольно выбранного помещения.

В любой системе управления отоплением ставится задача оптимального по затратам управления температурой в помещении, создание комфортных условий, соответствующих целевому назначению помещений. Поддержание комфортной и/или безопасной температуры в каждый момент времени как раз и является целью создания автоматической системы управления. Дистанционное управление обогревом в зависимости от многочисленных внутренних и внешних условий позволяет добиться значительной экономии энергоресурсов при прочих равных условиях.

Для решения поставленной задачи необходимо сформулировать предпосылки, которые положены в основу рассуждений:

1. Регулирование температуры теплоносителя для измерения температуры воздуха в помещении.
2. Поддержание заданного температурного режима, несмотря на изменение внешних условий.
3. Регулирование температуры в энергоэффективных системах отопления производят с учетом следующих внешних условий: температура воздуха внешней среды, время суток, день недели, сезон (зима, лето).

Математическая модель теплоснабжения помещений

Математическое описание тепловых процессов в зданиях и помещениях, как правило, реализуется в стационарном режиме, когда тепловые потоки и параметры теплового контура постоянны, не зависят от времени. При этом параметры тепловых процессов задаются в справочном виде [1]. Это такие параметры, как теплоемкость стен и перекрытий, коэффициенты теплопередачи ограждающих конструкций, коэффициенты теплоотдачи отопительных приборов, взаимосвязь характеристик с температурой наружного воздуха и смежных помещений [2].

Под стационарным режимом понимается ситуация в помещении, когда соблюдается баланс между поступающей тепловой энергией и отдаваемой помещением во внешнюю среду. В общем случае стационарный режим является одной из возможных ситуаций. Любой теплообмен носит динамический характер, и для его описания одного стационарного режима недостаточно [3].

В основу математического моделирования положен метод дифференциальных балансных уравнений [4]. В качестве зависимых переменных для составления баланса используется тепловая энергия, подведенная к объекту и рассеянная в окружающей среде.

Рассмотрим в качестве примера модель комнаты, которая ограничивается внутренними стенами и перекрытиями, составляющими контур, внешнюю стену с окном и источники тепла. Прирост тепловой энергии происходит за счет отопительных приборов, а ее убыль за счет поглощения стен, теплообмена со смежными помещениями (коридор,

лестница, тамбур), излучения во внешнюю среду через окно и внешнюю стену. Кроме того, необходимо учитывать перенос воздушных масс за счет неорганизованной вентиляции, щелей в оконных рамах и дверях (так называемой инфильтрации).

Запишем уравнение изменения тепловой энергии воздушной массы Q_1 , заключенной в комнате объемом V :

$$\frac{dQ_1}{dt} = R_{\text{ист}} \cdot (T_{\text{ист}} - T_1) - C_{\text{к}} \cdot (T_1 - T_2) - R_{\text{внеш}} \cdot (T_1 - T_{\text{внеш}}), \quad (1)$$

где $R_{\text{ист}}$ – сопротивление излучения (теплопередачи) теплоносителя; $R_{\text{внеш}}$ – сопротивление излучения во внешнюю среду; $C_{\text{к}}$ – теплоемкость контура; $T_{\text{ист}}$ – температура теплоносителя (°C); T_1 – температура воздуха в помещении (°C); T_2 – температура контура (°C); $T_{\text{внеш}}$ – температура внешней среды.

Аналогичное уравнение записываем для системы контура, в которую входят стены и перекрытия, смежные помещения и система отопительных приборов (стояки и батареи).

$$\frac{dQ_2}{dt} = C_{\text{к}} \cdot (T_1 - T_2) - R_{\text{см}} \cdot (T_2 - T_{\text{см}}), \quad (2)$$

где $C_{\text{к}}$ – теплоемкость контура; $R_{\text{см}}$ – сопротивление излучения в соседнее помещение; $T_{\text{см}}$ – температура воздуха смежного помещения (°C).

Здесь следует заметить, что коэффициенты, входящие в уравнения, носят интегральный характер и могут быть найдены экспериментальным путем.

Для дальнейшего рассмотрения введем некоторые упрощения. Будем полагать, что температура смежных помещений совпадает с температурой нашего помещения, а температуры теплоносителя и внешней среды не зависят от времени. В этом случае система уравнений сводится к системе из двух уравнений.

Введем соотношения:

$$Q_1 = C_1 \cdot T_1 \cdot V_1, \quad (3)$$

$$Q_2 = C_2 \cdot T_2 \cdot V_2, \quad (4)$$

где C_1 – удельная теплоемкость воздуха; C_2 – удельная теплоемкость контура; V_1 – объем помещения; V_2 – объем контура.

С учетом соотношений (3) и (4) получим следующую систему уравнений, описывающую поведение температур:

$$\begin{cases} \frac{dT_1}{dt} = \frac{R_{\text{ист}} \cdot (T_{\text{ист}} - T_1)}{C_1 \cdot V_1} - \frac{C_{\text{к}} \cdot (T_1 - T_2)}{C_1 \cdot V_1} - \frac{R_{\text{внеш}} \cdot (T_1 - T_{\text{внеш}})}{C_1 \cdot V_1}, \\ \frac{dT_2}{dt} = \frac{C_{\text{к}} \cdot (T_1 - T_2)}{C_2 \cdot V_2}. \end{cases} \quad (5)$$

Такой вид более предпочтителен с точки зрения моделирования температурного режима в нашей среде и с точки зрения интерпретации результатов эксперимента.

Следует учесть, что эти уравнения должны быть дополнены начальными условиями. Например, с помощью задания температуры воздуха и температуры контура в начальный момент времени.

Эксперимент

Для получения температурной зависимости помещения и нахождения параметров контура был проведен эксперимент. Суть эксперимента заключалась в следующем.

Температурные датчики размещались на стенах и перекрытиях в нескольких местах с тем, чтобы можно было потом получить усредненный интегральный коэффициент, связанный с теплоемкостью стен и перекрытий. Одновременно датчики размещались в воздухе, на теплоносителе и во внешней среде. Температурные данные снимались через интервал в одну минуту, и эти данные могли усредняться по тем совокупностям, о которых было сказано ранее.

Воздух и стены помещения охлаждались за счет притока холодного воздуха из внешней среды. При этом за счет инерционности контура охлаждение стен было меньше, чем охлаждение воздуха. Затем система помещения приводилась в естественное состояние, и происходило нагревание объема воздуха и стен за счет притока тепла от отопительных источников. Этот процесс нагревания фиксировался с помощью только что описанной системы температурных датчиков.

Полученные экспериментальные зависимости приведены на рис. 1.

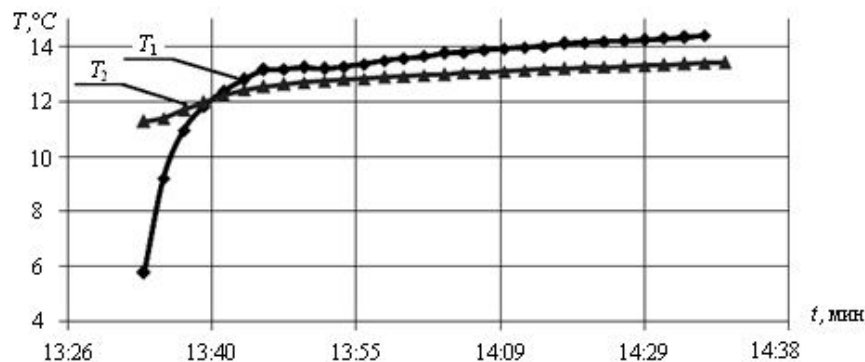


Рис. 1. Экспериментальные зависимости температуры воздуха T_1 и температуры контура T_2 от времени

Из рис. 1 видно, что начальные температуры для воздуха и стен различны, скорость нарастания температуры для воздуха превышает скорость нарастания температуры для контура, но со временем они стремятся к одному и тому же стационарному значению. Кроме того, из рис. 1 видно, что имеет место пересечение двух кривых в некоторой точке.

Полученные экспериментальные кривые были использованы для нахождения параметров $R_{ист}$, $R_{внеш}$, C_k .

Значения полученных параметров сравнивались с теми справочными данными [2], которые нам были известны. Эти данные приведены в таблице.

Сравнение экспериментально полученных и справочных данных

Параметры	Эксперимент	Справочные данные
$R_{ист}, \text{ } ^\circ\text{C}\cdot\text{м}^2/\text{Вт}$	2,6	1,65
$R_{внеш}, \text{ } ^\circ\text{C}\cdot\text{м}^2/\text{Вт}$	3,2	1,9
$C_k, \text{ } ^\circ\text{C}\cdot\text{м}^2/\text{Вт}$	30,8	26,4
$C_v, \text{ ккал}/^\circ\text{C}\cdot\text{кг}$	0,28	0,24

Из сравнения видно, что есть совпадения по порядку величины, но есть и расхождения. Эти расхождения можно объяснить следующим. Реальные значения материалов стен, реальные значения состояния отопительной системы, т.е. батареи, могут существенно отличаться по сравнению со справочными данными. Полученные нами экспериментальные значения должны быть более точными и более конкретными для каждого случая.

Моделирование

Найденные значения параметров совместно с системой уравнений (5) позволили провести дальнейшее моделирование и анализ тепловых режимов помещения. Для этого мы меняли значения температуры батареи.

Анализировались следующие случаи.

Начальные температуры стен и воздуха были различны. Причем температура воздуха помещения была меньше температуры контура.

Этот случай приведен на рис. 2.

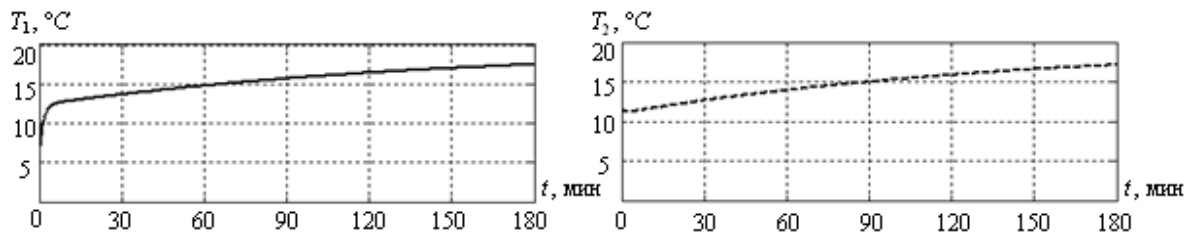


Рис. 2. Зависимости температуры воздуха T_1 и температуры контура T_2 от времени

Анализ зависимостей, полученных путем моделирования, и сравнение их с экспериментальными зависимостями показали хорошее совпадение. Погрешность расхождения результатов составляет не более 5%.

Второй случай – начальные температуры контура и воздуха одинаковы. Полученные кривые для разных значений начальных температур приведены на рис. 3.

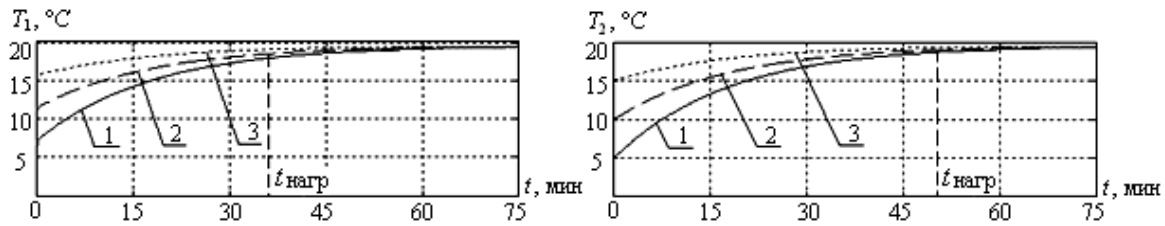


Рис. 3. Зависимости температуры воздуха T_1 и температуры контура T_2 от времени при изменении начальных условий: 1 – $T_{\text{нач}} = 5^\circ\text{C}$, 2 – $T_{\text{нач}} = 10^\circ\text{C}$, 3 – $T_{\text{нач}} = 15^\circ\text{C}$

На рис. 3 изображены зависимости экспоненциального характера с фазой быстрого нарастания температуры воздуха и более медленного нарастания температуры контура. Обе зависимости приходят к стационарному режиму спустя некоторое время. Это время переходного процесса само по себе является очень важной характеристикой, поскольку позволяет учесть инерционность нагревания или остывания помещения.

Введем понятие параметра «время нагревания». Под этим временем будем понимать отрезок времени, в течение которого температура изменяется следующим образом: $0,99 \cdot (T_{\text{стац}} - T_0) + T_0$. В нашем случае время нагревания воздуха помещения составляет 36 мин, для контура – 50 мин при начальных температурах контура и воздуха 10°C .

Следующим этапом моделирования было исследование процессов остывания. В этом случае в стационарном состоянии температуры воздуха и контура имели максимальное значение. Изменялось значение температуры батареи, при этом остальные параметры оставались постоянными. В результате температура помещения падала, т.е. происходило остывание. Характерные зависимости приведены на рис. 4.

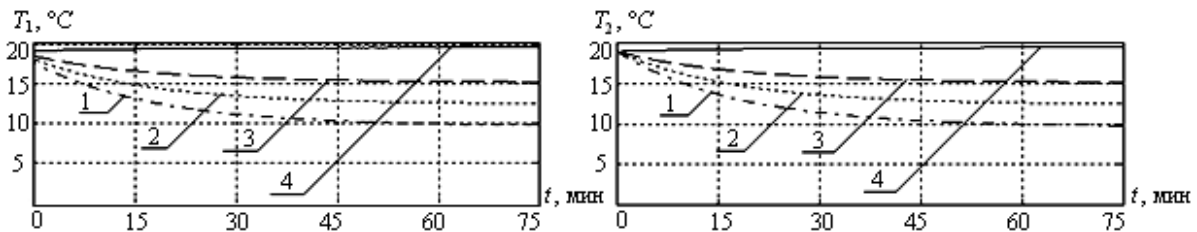


Рис. 4. Зависимости температуры воздуха T_1 и температуры контура T_2 от времени при охлаждении: 1 – $T_{\text{ист}} = 30^\circ\text{C}$, 2 – $T_{\text{ист}} = 35^\circ\text{C}$, 3 – $T_{\text{ист}} = 40^\circ\text{C}$, 4 – $T_{\text{ист}} = 48^\circ\text{C}$

На рис. 4 можно наблюдать различное поведение кривых для воздуха помещения и контура, но эти зависимости имеют одинаковый экспоненциальный характер. Скорость остывания будет различной. Здесь также можно ввести понятие времени остывания, которое определяется следующим образом: $T_0 - 0,99 \cdot (T_0 - T_{\text{стац}})$. В нашем эксперименте полученное время остывания составляет для воздуха – 34 мин, для контура – 45 мин при значении температуры батареи 30°C .

Полученные результаты можно использовать как для мониторинга, так и для автоматизированного управления тепловым состоянием помещения.

В качестве примера рассмотрим случай, когда температурный режим на предприятии имеет две фазы (рис. 5):

1-я рабочая фаза – рабочее время с 8 ч утра до 8 ч вечера;

2-я фаза ожидания – ей соответствует своя температура ожидания, и эта фаза распространяется на остальные 12 ч суток.

В течение первой фазы у нас работает модель нагревания помещения, когда после режима ожидания система вначале нагревается, а потом переходит в рабочее состояние.

Если система включается в 7 ч утра, то за время нагрева $t = 36$ мин она выходит на стационарное состояние. В течение рабочего дня она поддерживается в стационарном состоянии и где-то в 19.00 ч переходит в состояние, когда температура батареи существенно снижается, и в течение времени остывания $t = 34$ мин она переходит в другое стационарное состояние, когда температура в помещении становится заметно ниже.

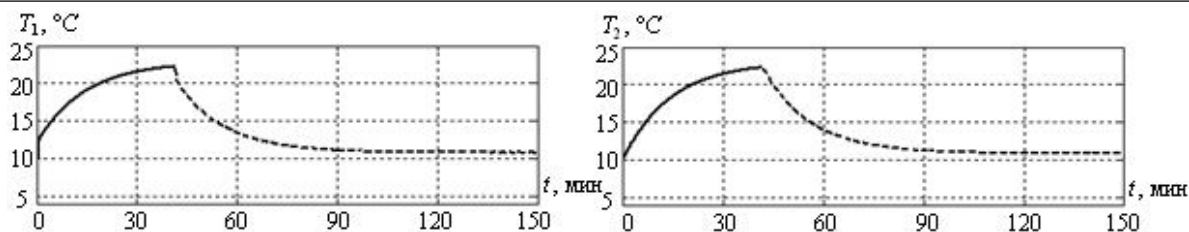


Рис. 5. Две фазы температурного режима для температур воздуха T_1 и контура T_2

Оценим экономию, которая получается при введении 2-фазного режима теплообеспечения. Вначале рассчитаем тепловую энергию, которая потребляется помещением в течение суток без переключения на фазу ожидания:

$$Q_1 = \int_0^{24} R_{\text{ист}} \cdot (T_{\text{ист}} - T_1) dt = \int_0^{24} 2,6 \cdot (53 - 22) dt = 1934,4 \text{ ккал/с.}$$

Затем посчитаем тепловую энергию, потребляемую помещением в том случае, когда в течение первой фазы работает режим нагревания (первое стационарное состояние), а затем в течение остальных 12 ч работает вторая фаза. При этом рабочую температуру будем считать 22°C , температуру ожидания – 11°C .

$$Q_2 = \int_0^{12} R_{\text{ист}} \cdot (T_{\text{ист}} - T_1) dt + \int_{12}^{24} R_{\text{ист}} \cdot (T_{\text{ист}} - T_1) dt = \int_0^{12} 2,6 \cdot (53 - 22) dt + \int_{12}^{24} 2,6 \cdot (32 - 11) dt = 744 + 655,2 = 1399,2 \text{ ккал/с.}$$

Приведенные расчеты показывают, что экономия будет составлять 27%.

Выводы

1. Полученная математическая модель достаточно полно описывает поведение тепловых процессов в отдельных помещениях, она может быть обобщена на отдельные здания и сооружения.

2. Обработка результатов эксперимента с помощью данной модели позволяет найти реальные коэффициенты параметров теплового контура, такие как теплоемкость стен и перекрытий, теплоотдача отопительных приборов, коэффициенты излучения тепла через окна и двери.

3. Моделирование позволяет найти основные характеристики тепловых режимов помещения, а именно стационарное состояние температуры воздуха помещения, стен и перекрытий, так же время нагревания и остывания объекта при изменении параметров системы. Моделирование может учитывать начальные состояния системы, когда изменяются начальные температуры воздуха помещения, температура стен и перекрытий.

4. Моделирование позволяет рассчитать экономию тепловой энергии при регулировании температуры внутри помещения в течение суток.

5. Полученная математическая модель может служить основой для создания алгоритма и программного обеспечения АСУ теплоснабжением как отдельных помещений, так и целых зданий и сооружений.

Работа выполнена в порядке реализации постановления № 218 Правительства РФ и договора № 73/10 от 15.07.2010 г. ГОУ ВПО «ТУСУР» с ОАО «НИИПП».

Литература

1. СНИП 41-01-2003. Отопление, вентиляция и кондиционирование. – СПб., 2004. – 141 с.
2. Табунщиков Ю.А. Тепловая защита ограждающих конструкций зданий и сооружений / Ю.А. Табунщиков, Д.Ю. Хромец, Ю.А. Матросов. – М.: Стройиздат, 1986. – 380 с.
3. Богословский В.Н. Тепловой режим здания. – М.: Стройиздат, 1979. – 248 с.
4. Моделирование монопольных услуг / А.В. Пуговкин, А.Ю. Антонова, И.А. Заречная и др. // Доклады Том. гос. ун-та систем управления и радиоэлектроники. – 2009. – №2 (20). – С. 80–86.

Пуговкин Алексей Викторович

Д-р техн. наук, проф. каф. телекоммуникаций и основ радиотехники ТУСУРа
Тел.: 8-913-822-95-60
Эл. почта: PugovkinAV@tor.tusur.ru

Купреков Степан Владимирович

Директор ООО «Центр сервисного обслуживания», г. Томск
Тел.: 8-903-914-01-00
Эл. почта: kuprekov@mail.ru

Абушкин Денис Валерьевич

Инженер I категории каф. телекоммуникаций и основ радиотехники ТУСУРа
Тел.: 8-913-884-73-11
Эл. почта: abushkin@ngs.ru

Заречная Инна Анатольевна

Студентка гр. 166 РТФ ТУСУРа
Тел.: 8-960-976-42-76

Муслимова Надежда Игоревна

Студентка гр. 166 РТФ ТУСУРа
Тел.: 8-952-886-69-95;
Эл. почта: n.i.m.@sibmail.com

Pugovkin A.V., Kuprekov S.V., Abushkin D.V., Zarechnaya I.A., Muslimova N.I.

A mathematical model of premises heat supply for automated control systems of energy saving technologies

Based on the nonlinear differential equations system, a behavioral model of heat processes in premises has been developed and implemented with the use of MathLab package for an energy saving automated control system. By using the results obtained, it is possible to monitor the thermal condition of a room. The developed mathematical model can provide a basis for creating algorithms and software for heat supply automated control systems of individual premises and buildings as a whole.

Keywords: heat supply facilities, a system of nonlinear differential equations, computer model, thermal energy, experiment.
